

# 看到與用到數學悅讀會

探究研究方法中；如何預測數值或機率。

(第一次讀書活動)

書名：世界第一簡單統計學：迴歸分析篇

日期：100年10月25日 地點：P312

出席人：陳永寬、張軒瑄、方彥博、宋永坤、胡欣慧、林庭煒

## 【讀書心得 / 討論內容】

在世界第一簡單統計學－迴歸分析篇當中，本書在教大家回歸分析是什麼？有何用處？而迴歸分析與預測為何息息相關？本書運用漫畫方式，在教學的部分較輕鬆且易懂。

藉由第一章的基本知識，先了解符號規定的規定（例如 $f(x)$ ）。已函數 $y=f(x)$ 為例，反函數則為 $x=f^{-1}(y)$ ，化簡後為 $x=f^{-1}(y)$ ，即是將「主」與「從」的關係對調。而指數函數的反函數稱為「對數函數」，是 $y=f(x)$ 的反函數，稱為「自然對數函數」，指數函數和對數函數有許多的特徵（例如 $e^{\ln x}=x$ 和 $\ln e^x=x$ 相等）。微分在本書中，以年齡及身高為例，將主角從幼稚園至19歲的身高以微分方式來運算，6歲到6歲之後，每一年增加的身高算式如下： $\frac{dy}{dx}$  cm/年。最後還有「矩陣」，矩陣說明了符號規定、加法、乘法及反矩陣。

第二章的迴歸分析，本書以最高氣溫及冰紅茶銷售量為例，在兩個變數關係越密切，單相關係數值就越靠近1，最高氣溫和冰紅茶銷售量的單相關係數值等於0.9069，所以最高氣溫和冰紅茶銷售量之關係密切。而迴歸式的算式為 $y = ax + b$ ，y稱為「因變數」或「從屬變數」，而x則為「自變數」或「獨立變數」， $a$ 稱為「迴歸係數」，在求迴歸式的過程中，還得確認算式的準確度、推測母群體的情況等...，最後進行預測。在數據迴歸式的圖例中，點和迴歸式越吻合代表「迴歸式的準確度越高」，判定係數 $r$ 介於0-1之間，迴歸式的準確度越高，判定係數越接近1，否則就越接近0，而0.5以上是個簡單的標準。推測母群體迴歸 $Ax+B$ 一定是介於「多少以上、多少以下」。稱為「區間估計」，推測所得的趨堅稱為「信賴區間」。通常設定信賴水準為95%或99%。最後在預測的部分，則可從自變數預測依變數的關係。

第三章的複迴歸分析，是在說明一項依變數與多項自變數間的關係。其算式為 $y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + b$ 。其步驟與迴歸分析類似，先畫好各自變數和因變數的點座標圖，看看求複迴歸式有無意義，在求複迴歸式，確認複迴歸式的準確度，進行「偏迴歸係數檢定」，推測母群體迴歸，最後在預測。

最後在第四章，Logistic迴歸分析部分，是預測「機率」的分析方法，例如，學生考試的進度進某大學的機率，或某位患者罹患癌症的機率。而機率是特殊的數值，一定介於0到1之間。為了讓預測值介於0到1，必須利用Logistic迴歸分析。而不管Z值多大，y一定介於0到1，而Logistic迴歸分析需要具備「最大概似估計法」的知識，代表「最可能的方法」。而Logistic迴歸分析自變數可以是：只有可以測量的數據、不可測量的數據。而Logistic迴歸分析的步驟則是先把每個字變數和因變數的點畫到座標上，看看求Logistic迴歸式有沒有意義，再來求Logistic迴歸式，確認Logistic迴歸式的準確度，進行「迴歸係數檢定」，最後在進行預測。

本書運用了詳細計算的過程，不一定要很懂的計算的方式，但要掌握住大致上的過程，雖然不懂意思，計算過程也很複雜，但只要經過這些步驟就能求出解答。在統計的運用上雖然需要花點工夫去理解它，但不要去害怕那些複雜的計算公式，只要理解步驟及訣竅，很快的就能上手。

# 看到與用到數學悅讀會

## 瞭解問卷調查中之因素分析

(第二次讀書活動)

書名：世界第一簡單統計學：因素分析篇

日期：100年11月29日 地點：P312

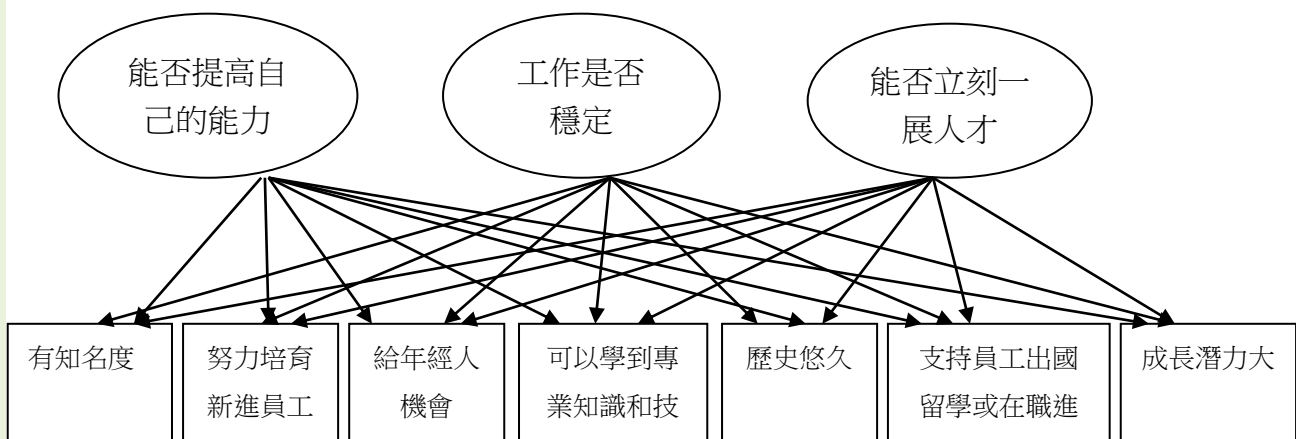
出席人：陳永寬、張軒瑄、方彥博、宋永坤、胡欣慧、林庭煒

### 【讀書心得 / 討論內容】

在世界第一簡單統計學-因素分析篇中，作者高橋 信主要是要告訴我們因素分析的解說內容，在第一章中提到問卷的基礎知識，因素分析通常以問卷蒐集的數據為分析對象，所以設計問卷的基本知識，需先明瞭。而在抽樣法中，分為「抽樣法」及「調查方法」，抽樣法中的研究對象的全體集團稱為「母群體」，而從母群體選出一些個體，組成的集團就是樣本，而樣本必須是母群體的精巧縮小版，抽樣調查才有意義。在抽樣法中最具代表性的有四種，分別為：單純隨機抽樣法、分層隨機抽樣法、兩段隨機抽樣法及分層兩段隨機抽樣法。

數據分析的方法上，數據分析的處理方法包括「探索型」及「驗證型」。探索型分析方法的優點是只要手邊有數據，隨時都能開始分析，而流程有 1. 手邊有可以分析的數據；2. 利用各種分析方法，試著進行各種分析；3. 看到結果「之後」才注意到「看起來好像是這樣」；4. 向大家宣布分析結果。而驗證型數據分析方法必須從建立假設開始，依但有了明確的假設後，就可以開始蒐集數據、進行分析，所以只要假設正確，旁人也會覺得分析結果很有說服力。其分析流程有：1. 先建立假設；2. 為了確立假設是否正確，開始蒐集數據，進行分析；3. 確定假設是否正確；4. 向大家宣布分析結果。

本書因素分析以「求職時重視什麼」進行評分及分析，所謂因素分析是假設每個人對每個選項的重視程度各不相同，但還是可以找出主要影響大家選擇的「三種想法」：能否讓自己能力更高、工作是否穩定及能否立刻一展長才。因此會有以下之關係：



第  $i$  個自變數稱為「第  $i$  共同因素」、「第  $i$  因素」、「因素  $i$ 」，每個個體的共同因素質稱為「因素得分」。

因素分析的中十項要注意，第一，主成分分析的每個主成分有個別意義，第一主成分有綜合能力，而其他主成分中，和分析者的意圖無關，是（以數學規則）自動求得的數值，總之要先分析，分析者「事後」才「主觀地」解釋每個共同因素的意義。第二，主成分分析有「第一主成分」和「其他主成分」的順序，因素分析不一樣，每個共通因素都是平等的。第三，分析者必須在分析「之前」設定共同因素的個數，才能進行因素的分析計算，必須要先假設有幾種情況，設定各數之後再開始分析。第四，分析相同的數據，不管設定有兩個、三個或更多個共同因素，分析結果看來都有說服力，而最後以哪種結果為準，由分析者自行判斷。第五，因素個數會受計算方法影響，不過，即使有許多共同因素隱藏在數據背後，因素分析找到的共同因素個數最多只能和

應變數的個數一樣多。第六，在說明因素分析中，應補上「其他因素」會比較好，其他因素即為「 $e_i$ 」，又稱為「獨特因素」。第七，計算因素分析，通常針對每個變數把分析的數據標準化之後才計算。第八，可以算式和簡圖表是因素分析的結構。第九，因素分析的關鍵在於選擇應變數，必須要明白「這些應變數背後應該有這種共同因素」，再進行因素分析的計算，才會得到好結果。最後，因素分析並不是為了找出共同因素的分析方法，是確認「因素負荷量」數值的分析方法，因素負荷量的絕對數值越大，代表「該共同因素對於應變數的影響越大」。

因素分析的步驟如下：

1. 求旋轉前的因素負荷量
2. 求旋轉後的因素負荷量
3. 解釋每個共同因素的意義
4. 確定分析結果的準確度
5. 求因素得分，掌握每個個體的特徵

而數值越大，代表該共同因素和越多應變數相關。而該作者的想法，有關因素負荷量的計算方法，主因素方法和最大概似估計法的差別不在於「新舊」、「好壞」、只是「流派」不同。至於旋轉方法，最大變異轉軸法假設「任何共同因素之間的單相關係數為 0」的確有點勉強，Promax 轉軸法同樣有無法擺脫的步驟，頂多只能說「Promax 轉軸法好像不比最大變異轉軸法來得差」。最後筆者建議，這是一本適合研究生目前正從事問卷調查，需對問卷效度上有所交代的人門參考書。本書籍由大量圖表及有趣的事件，協助讀者輕鬆學習主成分分析及因素分析等深奧的統計概念並明瞭其實務上的用途。值得推薦予您。

# 看到與用到數學悅讀會

認識數學：顯現萬物背後  
隱藏的真理

(第三次讀書活動)

書名：數學的語言

日期：100年12月27日 地點：P312

出席人：陳永寬、張軒瑄、方彥博、宋永坤、胡欣慧、  
林庭煒

## 【讀書心得 / 討論內容】

伽利略曾說：「自然這部大書只能被那些通曉其中所寫語言的人閱讀。這個語言正是數學。」本書作者史丹佛大學資深教授齊斯·德福林 (Keith Devlin) 是位精通數學語言的導師，帶領讀者從頭、重新認識這門瑰美的學問。

### 討論內容：

#### 1. 數學不只是數目

到西元前五〇〇年左右為止，數學的確是有關數目 (number) 的一種學問。這是古埃及和巴比倫時期的數學。在這些文明中，數學所包括的，幾乎都以算術 (arithmetic) 為主。它大部分屬功利取向，而且充滿了「食譜」的特色 (例如：「對一個數目這樣做、那樣做，那麼，你將會得到答案。」)

從大約西元前五〇〇年到西元三〇〇年的這一時期，是希臘數學的時代。古希臘的數學家主要關心幾何學 (geometry)。誠然，他們按幾何方式，將數目視為線段長之度量，而當他們發現有數目缺乏對應的線段長時，有關數目的研究就停頓下來了。對於希臘人而言，由於他們強調幾何學，所以，數學不只研究數目，而且也是有關形狀 (shape) 的學問。幸虧有希臘人的現身，數學才進入研究領域，而不再只是度量、計算和會計等技巧的大雜燴。希臘人對於數學不只是功利取向，他們視數學為一種知性探索，其中包含了美學與宗教成分。泰利斯 (Thales) 引進了如下想法，亦即：數學上精確陳述的斷言 (assertion)，都可以被一個形式的論證 (formal argument) 邏輯地證明出來。這一創新標誌著定理 (theorem) —— 數學的基石 —— 的誕生。對希臘人而言，這一進路在歐幾里得 (Euclid) 《幾何原本》 (The Elements) 出版時，攀上了顛峰。這一部西方數學經典，在歷史上因流傳度僅次聖經而聞名於世。

#### 2. 數學與物理學

十七世紀中葉，英國牛頓 (Isaac Newton) 和德國萊布尼茲 (Gottfried Leibniz) 彼此獨立地發明微積分之前，數學的整體本質未曾有根本的變革，或者幾乎沒有任何顯著的進展。實質來說，微積分是研究運動 (motion) 和變化 (change) 的一門學問。在此之前的數學大都侷限於計算、度量和形狀之描述的靜態議題上。現在，引進了處理運動和變化的技巧之後，數學家終於可以研究行星的運行、地球的落體運動、機械裝置的運作、液體的流動、氣體的擴散、如電力和磁力等物理力、飛行、動植物的生長、流行病的傳染、利潤的波動等等。在牛頓和萊布尼茲之後，數學變成了研究數目、形狀、運動、變化以及空間 (space) 的一門學問。

大部分涉及微積分的初始問題都導向物理的研究；事實上，該時期很多偉大的數學家也被視為物理學家。不過，從大約十八世紀中葉之後，當數學家著手瞭解微積分為人類帶來的巨大力量背後是什麼，他們對於數學本身有著遞增的興趣，而不只是關注數學應用而已。因此，當今日一大部分純數學被發展的時候，古希臘形式證明的傳統，捲土重來掌握了優勢。到了十九世紀末為止，數學已經成為有關數目、形狀、運動、變化、空間以及研究數學的工具的一門學問。

發生在二十世紀的數學活動之爆發相當戲劇化。在一九〇〇那一年，世界上所有的數學知識可以裝入大約八十部書籍之中。而在今日，現有數學將必須有十萬部書籍才能容納。這種非比尋常的成長，不只源自從前數學的增進，許多新的分支也已經湧現。在一九〇〇年，數學可以合理地被視為包括了大約十二個主題：算術、

幾何、微積分等等。至於今日，六十到七十之間的不同範疇，將是一個合理的數字。某些主題，譬如代數和拓樸學（topology），已經細分為不同的子領域；至於其他主題，譬如複雜理論（complexity theory）或動態系統理論（dynamical systems theory），則是全新的研究領域。

### 3. 數學是研究模式的科學

約近三十年間，一個為大部分數學家所同意的有關數學的定義才終於出現：數學是研究模式的科學（science of patterns）。數學家的所作所為，就是去檢視抽象模式—數值模式、形狀模式、運動模式、行為模式、全國人口投票模式、重複機會事件（repeating chance events）模式等等。這些模式可以是真實存在或想像的、視覺性或心智性的、靜態或動態的、定性或定量的、純粹功利或有點超乎娛樂趣味的。它們可以源自我們的週遭世界、源自空間和時間的深度，或者源自人類心靈的內部運作。

#### 讀書心得：

古埃及和巴比倫時期，數學只是有關數目的學問。古希臘的數學家關心起幾何學，數學開始和形狀有關。十七世紀中葉，牛頓和萊布尼茲分別發明微積分，數學變成了研究數目、形狀、運動、變化及空間的一門學問。時至今日，它已是一個包含六、七十個不同範疇的龐大知識體系。

講起數學，絕大多數人腦中浮現的，不是艱澀難懂的公式，就是死記硬背的痛苦體驗。數學其實是一種模式的科學，是我們看待世界，包括外在的物理、生物與社會世界，以及內在心靈世界的一種方式。傑出的英國數學家哈代（G. H. Hardy）說：「數學家的模式，就好比畫家或詩人的模式一樣，必須是美的；其理念就像色彩或文字一樣，必須按和諧的方式安排在一起。」

所以，數學是美的，而那種美隱藏在數目、點、線與面、幾何圖形、函數等符號中。是什麼東西讓一架巨型噴射機能浮在空氣中？是什麼原因促使飛行器以外的物體墜地？數學讓那些看不見的變得可見，數學要用證明的確定性，勾勒出真理的恆久。

從古典數學（代數）到現代語言分析，從幾何學、微積分到拓樸學、統計學及物理學，本書將揭示我們如何用數學去看見那些不可見的結構，去理解生活周遭的諸多現象。你可能會發現你所遭遇到的視界既怪異又陌生，就像那些遙遠的土地一樣。但那並不是一個遙遠的地方，那是我們居住的宇宙。